9/9/17

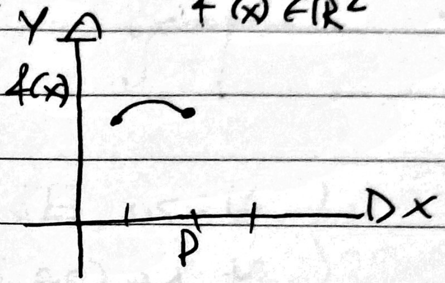
Με τι ασχολείται ο Α.Π 3 και Α.Π 4;

→ Με συναρτήσεις, περισσότερων (από μία) ανεξάρτητων και/ή εξαρτημένων πραγματικών μεταβλητών.

[Μέχρι τώρα $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ή $f: D\to\mathbb{R}$, $D<\mathbb{R}$ εξαρτ.μ $f(x)\in\mathbb{R}$

με $x\in\mathbb{R}$ ανεξ.α.μ

$f(x)\in\mathbb{R}^2$

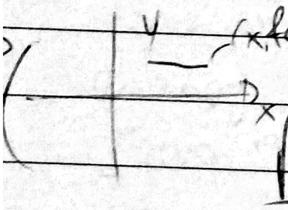


Εδώ θα δούμε συναρτήσεις της μορφής ανεξ.μ στο $\mathbb{R}^3$

a) Π.χ $f(x,y,z)\in\mathbb{R}$ εξαρ.με στο $\mathbb{R}$ $\quad x,y,z\in\mathbb{R} \iff (x,y,z)\in\mathbb{R}^3$

f εξαρτάται από ένα 3 διάνυσμα στο $\mathbb{R}^3$

δηλ $f: U\to\mathbb{R}$ $\quad U\subseteq\mathbb{R}^3$ αντίστοιχα $U\subset\mathbb{R}^2$ υπο ή $U\subset\mathbb{R}^4$



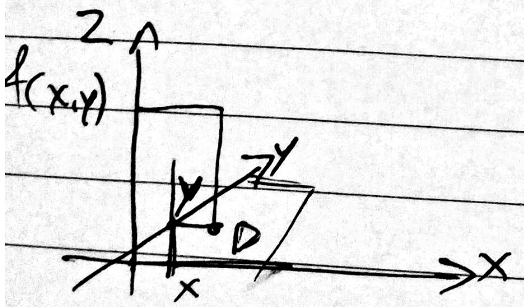
σχήμα

στο χώρο θα είμαι

Στο $\mathbb{R}^3$ θα είμαι σε όλα τα υπόλοιπα.

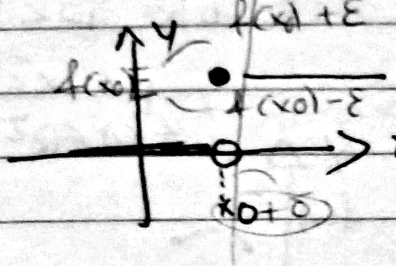
Π.χ για $U=\mathbb{R}^2$ έχουμε $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$

$(x,y)\in\mathbb{R}^2 \to f(x,y)\in\mathbb{R}$



Το ευκολότερο παράδειγμα (περίπτωση συναρτ. πολλών μεταβλητών είναι για 2 ανεξ. μεταβλ. $(x,y)\in\mathbb{R}^2$

Το ότι μια συνάρτηση έχει π.χ 2 μεταβλητές σημαίνει ότι δεν μπορώ να την μελετήσω ως προς την μία μεταβλητή



$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

$\forall\varepsilon>0\ \exists\delta>0$

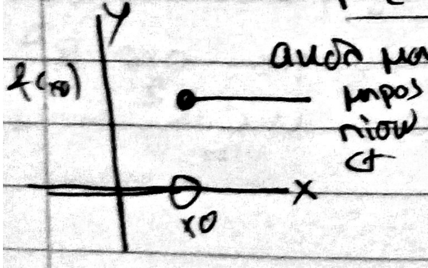
$\forall\ x\in(x_0-\delta,\ x_0+\delta)\quad f(x)\in(f(x_0)-\varepsilon,\ f(x_0)+\varepsilon)$

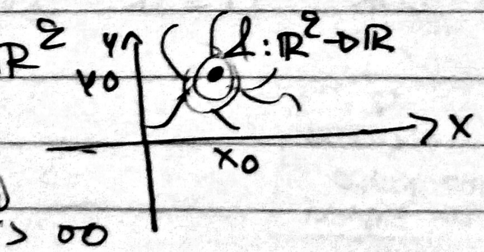
$\Leftrightarrow |x-x_0|<\delta \Rightarrow |f(x)-f(x_0)|<\varepsilon$

$\Leftrightarrow f$ συνεχής στο $x_0\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \forall\ (x_\nu)\subset\mathbb{R}$

με $x_\nu\to x_0 : f(x_\nu)\to f(x_0)$

ακολ/θία που τείνει x_0 ίδιος ορ. με $\varepsilon-\delta$





βλέπω το κάτω.μ το π.ο γράφημα 2 ανεξ. μεταβλητών διαφ. από την άλλη

ενώ αντε'ς στο $\mathbb{R}^2$ όπως θέλω πάλι

αλλά δεν υπάρχει η κίνηση

(ανήκει στο $\mathbb{R}^2$ συνέχεια δεν υπάρχει σε κομμάτια δουλεύω σε $\mathbb{R}^2$)

Σημαίνει μια απόσταση που θα πηγαίνει στο 0 ανάμεσα 2 διανυσμάτων όταν οι αποστάσεις μεταξύ τους πάνε στο 0.

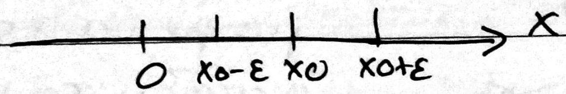
α ήταν $f:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$

(b) Επίσης θα δούμε διανυσματικές συναρτήσεις

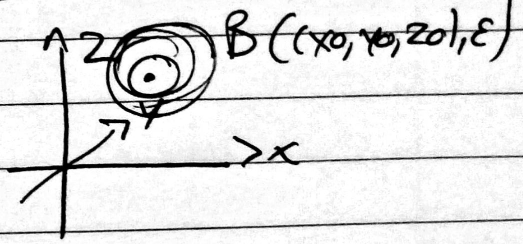
π.χ $\vec{f}:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$, $\underbrace{f(\underset{\sim}{x})}_{\in \mathbb{R}^n} = f(x_1, \dots, x_n)$

$f_1 - f_m$ συνιστώσες της $f = \begin{pmatrix} f_1(x_1, \dots, x_n) \\ f_m(x_1, \dots, x_n) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^m$

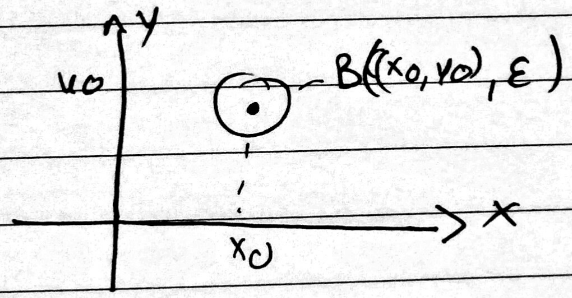
$n=1$



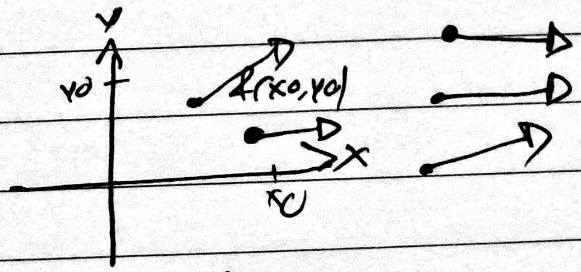
$n=3$



$n=2$



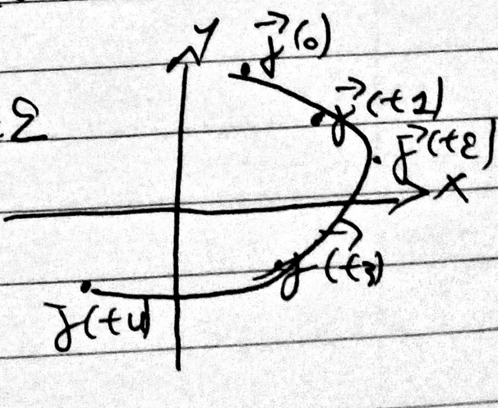
π.χ $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$



b1) $\vec{\gamma}:\mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ $\quad \gamma(t) = \begin{pmatrix} \gamma_1(t) \\ \gamma_n(t) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$

καμπύλες στο $\mathbb{R}^n$

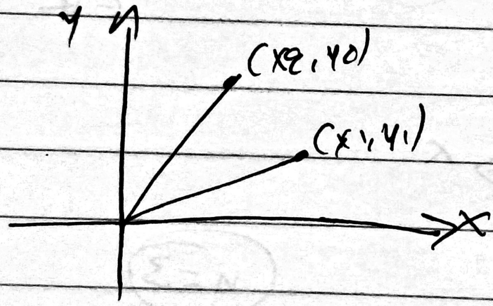
π.χ για $n=2$



bε) $\bar{\phi} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$

επιφάνειες στον $\mathbb{R}^3$ (Α.Π 4).

Για να μελετήσαμε όλες αυτές τις συναρτήσεις φαίνεται ότι το βασικό είναι να «καταλάβαμε» του $\mathbb{R}^n$ (κυρίως να ορίσαμε μια μετρική (δηλ μια απόσταση στον $\mathbb{R}^n$)



Τα διανύσματα δεν μπορώ να τα διατάξω τα μήκη μπορώ